



Übungsaufgabenblatt No. 7 zur Vorlesung Statistik für WIng

28. Juni 2024

Auf diesem Aufgabenblatt sind Präsenz- und Hausaufgaben gegeben. Die Präsenzaufgaben werden vom Übungsleiter vorgerechnet, die Hausaufgaben sind elektronisch am Tag der nächsten Übung (pünktlich !) abzugeben. Die Ergebnisse der Berechnungen sind als Excel-, die Dokumentation und Interpretation als PDF-Datei zuzusenden.

Anmerkung zur Bearbeitung:

Für die hier im folgenden zu bearbeitenden Aufgaben steht Ihnen die Datei 'Aufg6.xlsm' zur Verfügung. Bitte nehmen Sie vor Beginn der Bearbeitung die Individualisierung der Daten über Ihre Emailadresse vor.

Abgabe der H-Aufgaben dieses Aufgabenblattes: 04.07.2024

Präsenzaufgaben:

P1: Bewertung mit Wahrscheinlichkeitsbaum und Zufallsvariablen

Ein Unternehmer steht vor der Wahl zwischen zwei Investitionsalternativen. Alternative A ist mit Investitionskosten von 100.000 EUR, Alternative B mit Kosten von 90.000 EUR verbunden.

Der Unternehmer schätzt die Wahrscheinlichkeit, dass sich sein Geschäft im nächsten Jahr normal entwickelt, auf 70 % ein. Die Wahrscheinlichkeit für eine gute Geschäftsentwicklung auf 20 % und die für eine schlechte Geschäftsentwicklung auf 10 %. Die folgende Tabelle gibt den Zusatzumsatz bei den beiden Alternativen in Abhängigkeit von der Geschäftsentwicklung

im nächsten Jahr an.

Geschäftsentwicklung:

	Zusatzumsatz	
	Alternative A	Alternative B
gut	170.000 EUR	195.000 EUR
normal	140.000 EUR	145.000 EUR
schlecht	120.000 EUR	45.000 EUR

- die Zufallsvariable X beschreibe den zusätzlichen Gewinn (= Zusatzumsatz - Investitionskosten), der bei Strategie A geschätzt erzielt wird. Geben Sie die diskrete Dichte von X an und berechnen Sie den Erwartungswert m sowie die Standardabweichung s von X .
- Die Zufallsvariable Y beschreibe den zusätzlichen Gewinn (= Zusatzumsatz - Investitionskosten), der bei Strategie B erzielt wird. Geben Sie die diskrete Dichte von Y an, und berechnen Sie den Erwartungswert m und die Standardabweichung s von Y .
- Vergleichen Sie die beiden Alternativen. Wie sind m und s zu interpretieren? Welche Alternative ist vorzuziehen?
- Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion von X .

P2: Zufallsvariablen

Bei einem Glücksspiel wird ein Würfel geworfen. Ihr Einsatz beträgt 4,- EUR. Wird eine 1 oder 2 geworfen, erhalten Sie 1,- EUR ausgezahlt; bei einer 3 oder 4 erhalten Sie 2,- EUR. Bei einer 5 beträgt die Auszahlung 4,- EUR und bei einer 6 beläuft sie sich auf 8,- EUR. (D. h., beim Werfen einer 6 beträgt Ihr Gewinn 4,- EUR.)

- Die Zufallsvariable X beschreibe Ihren Gewinn bzw. Verlust. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an (geben Sie also zu jedem möglichen Ereignis die entsprechende Wahrscheinlichkeit an).
- Berechnen Sie $E(X)$ und $Var(X)$. Ist das Spiel fair?

P3: Zufallsvariablen

Herr Müller untersucht eine seltene Fischart und vermisst dazu deren Anatomie. Dabei misst er die Länge der Schwanzflosse (X) und die Länge des restlichen Körpers (Y) getrennt. Auf Grundlage der bisherigen Messungen geht er von folgenden Werten für die stetigen Verteilungen von X und Y aus:

$$E(X) = 80cm, \quad Var(X) = 100cm^2, \quad E(Y) = 70cm, \quad Var(Y) = 50cm^2.$$

Berechnen Sie:

- den Erwartungswert für die Körpergröße
- die Varianz der Körpergröße
- Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable $\frac{X-80}{100}$
- Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariablen $\frac{Y-70}{\sqrt{50}}$

P4: Zufallsvariablen

Die Zufallsvariable X beschreibt die Lebensdauer gemessen in Stunden eines bestimmten Glühbirnentyps. Die Verteilungsfunktion von X sei die folgende Funktion:

$$f(x) = 1 - e^{-\frac{x}{1500}} \quad \text{falls } x \geq 0, \quad f(x) = 0 \quad \text{falls } x < 0$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Verteilungsfunktion die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

1. Die Glühbirne hält höchstens 1000 Stunden.
2. Die Glühbirne hält mindestens 1500 Stunden.
3. Die Glühbirne hält mindestens 1000 und höchstens 1500 Stunden.
4. Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion.
5. Welche Lebensdauer erreichen 50 % der Glühbirnen?
6. In einer Apparatur sind nun 2 Glühbirnen vorhanden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in $L1/2$ beide Glühbirnen ausgefallen sind ? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine der beiden Glühbirnen ausgefallen ist ?

Hausaufgaben:

H1: Bewertung mit Wahrscheinlichkeitsbaum und Zufallsvariablen

Ein Unternehmer steht vor der Wahl zwischen zwei Investitionsalternativen. Alternative A ist mit Investitionskosten von I_A , Alternative B mit Kosten von I_B verbunden.

Der Unternehmer schätzt die Wahrscheinlichkeit, dass sich sein Geschäft im nächsten Jahr normal entwickelt, auf 60 % ein. Die Wahrscheinlichkeit für eine gute Geschäftsentwicklung auf 25 % und die für eine schlechte Geschäftsentwicklung auf 15 %. Die Tabelle H1 der Excel-Datei zur Übung gibt den Zusatzumsatz bei den beiden Alternativen in Abhängigkeit von der Geschäftsentwicklung im nächsten Jahr an.

- die Zufallsvariable X beschreibe den zusätzlichen Gewinn (= Zusatzumsatz - Investitionskosten), der bei Strategie A geschätzt erzielt wird. Geben Sie die diskrete Dichte von X an und berechnen Sie den Erwartungswert m sowie die Standardabweichung s von X .
- Die Zufallsvariable Y beschreibe den zusätzlichen Gewinn (= Zusatzumsatz - Investitionskosten), der bei Strategie B erzielt wird. Geben Sie die diskrete Dichte von Y an, und berechnen Sie den Erwartungswert m und die Standardabweichung s von Y .
- Vergleichen Sie die beiden Alternativen. Wie sind m und s zu interpretieren? Welche Alternative ist vorzuziehen?
- Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion von X .

H2: Zufallsvariablen

Herr Müller untersucht eine seltene Fischart und vermisst dazu deren Anatomie. Dabei misst er die Länge der Schwanzflosse (X) und die Länge des restlichen Körpers (Y) getrennt. Auf Grundlage der bisherigen Messungen geht er von folgenden Werten für die stetigen Verteilungen von X und Y aus (die Werte sind der Tabelle H2 der Excel-Datei zu entnehmen):

$$E(X) = E1 \text{ cm}, \quad Var(X) = V1 \text{ cm}^2, \quad E(Y) = E2 \text{ cm}, \quad Var(Y) = V2 \text{ cm}^2.$$

Berechnen Sie:

- den Erwartungswert für die Körpergröße
- die Varianz der Körpergröße
- Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable $\frac{X-80}{100}$
- Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariablen $\frac{Y-70}{\sqrt{50}}$

H3: Zufallsvariablen

Die Zufallsvariable X beschreibt die Lebensdauer gemessen in Stunden eines bestimmten Glühbirnentyps. Die Verteilungsfunktion von X sei die folgende Funktion:

$$f(x) = 1 - e^{-\frac{x}{L1}} \quad \text{falls } x \geq 0, \quad f(x) = 0 \quad \text{falls } x < 0$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Verteilungsfunktion die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

1. Die Glühbirne hält höchstens $L1/2$ Stunden.
2. Die Glühbirne hält mindestens $L1$ Stunden.
3. Die Glühbirne hält mindestens $L1/2$ und höchstens $L1$ Stunden.
4. Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion.

5. Welche Lebensdauer erreichen 50 % der Glühbirnen?
6. In einer Apperatur sind nun 2 Glühbirnen vorhanden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in $L_{1/2}$ beide Glühbirnen ausgefallen sind ? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine der beiden Glühbirnen ausgefallen ist ?