CAPM und Erweiterung durch Accounting-Beta nach Gleißner

1 Einführung CAPM

Das CAPM ist ein Gleichgewichtsmodell der Kapitalmarkttheorie, das die Preisbildung risikobehafteter Finanzinstrumente erklärt und die Beziehung zwischen erwarteter Rendite und Finanzrisiko von Wertpapieren darstellt. Es wurde in den 1960er Jahren von William F. Sharpe, John Lintner und Jan Mossin unabhängig voneinander entwickelt und baut auf der Portfoliotheorie von Harry M. Markowitz auf.

1.1 Grundformel

Die zentrale CAPM-Formel lautet:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times (E(r_M) - r_f) \tag{1}$$

Dabei bedeuten:

- $E(r_i)$: Erwartete Rendite des Wertpapiers i
- r_f: Risikofreier Zinssatz (typischerweise 10-jährige Staatsanleihen)
- β_i: Beta-Faktor des Wertpapiers (Maß für das systematische Risiko)
- $E(r_M)$: Erwartete Marktrendite
- $(E(r_M) - r_f)$: Marktrisikoprämie (Market Risk Premium, MRP)

1.2 Kernaussagen des Modells

Das CAPM basiert auf zwei Kernannahmen der modernen Portfoliotheorie: Märkte sind effizient und wettbewerbsorientiert, und Anleger sind rational und risikoavers.

Die zentrale Aussage ist: Das Risiko einer einzelnen Aktie ist ihr Beitrag zum Risiko eines gut diversifizierten Portfolios. Anleger werden nur für das systematische (nicht diversifizierbare) Risiko kompensiert, nicht für unsystematisches (unternehmensspezifisches) Risiko.

1.3 Der Beta-Faktor

Beta misst das Risiko einer Aktie durch die Schwankung ihrer Preisänderungen relativ zum Gesamtmarkt:

- $\beta = 1$: Die Aktie schwankt wie der Markt
- $\beta > 1$: Die Aktie ist volatiler als der Markt (höheres Risiko, höhere erwartete Rendite)
- $\beta < 1$: Die Aktie ist weniger volatil als der Markt (niedrigeres Risiko, niedrigere erwartete Rendite)

Der Beta-Faktor errechnet sich als:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\text{Var}(r_M)} \tag{2}$$

wobei $\text{Cov}(r_i, r_M)$ die Kovarianz zwischen der Rendite des Wertpapiers und der Marktrendite und $\text{Var}(r_M)$ die Varianz der Marktrendite ist.

1.4 Anwendungsgebiete

Das CAPM wird verwendet für:

- **Eigenkapitalkostenberechnung**: Ermittlung der Mindestrenditeerwartung der Eigenkapitalgeber
- **Unternehmensbewertung**: Als Diskontierungssatz für zukünftige Cashflows
- **Portfolio-Performance-Bewertung**: Beurteilung, ob Fondsmanager Überrenditen erzielen
- **WACC-Berechnung**: Als Komponente für die gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten

1.5 Vorteile des Modells

- **Einfachheit**: Intuitiv verständliche Logik
- **Objektivität**: Mathematisch fundierte Methode zur Risikobewertung
- **Weite Verbreitung**: Standardmodell in MBA-Programmen und Praxis

1.6 Kritik und Einschränkungen

Die empirische Überprüfung des CAPM ist problematisch – so problematisch, dass es die Art und Weise, wie das Modell in Anwendungen genutzt wird, infrage stellt. Die Hauptkritikpunkte sind:

1.6.1 Restriktive Annahmen

- Vollkommene Märkte ohne Transaktionskosten
- Alle Anleger haben identische Erwartungen
- Unbegrenzte Kreditaufnahme zum risikofreien Zinssatz möglich
- Alle Anleger können beliebig am Markt investieren und sind ausschließlich an Erwartungswert und Varianz interessiert

1.6.2 Empirische Anomalien

Verschiedene Beobachtungen sind nicht mit dem CAPM vereinbar:

- **Value-Effekt**: Aktien mit niedrigem Kurs-Buchwert-Verhältnis erzielen höhere Renditen
- **Kleinfirmeneffekt**: Kleine Unternehmen erzielen höhere Renditen als durch Beta erklärt
- **Momentum-Effekt**: Aktien mit guter Vergangenheitsperformance zeigen weiterhin gute Performance
- **Januar-Effekt**: Überdurchschnittliche Renditen im Januar

1.6.3 Marktportfolio-Problem

Das theoretische Marktportfolio (alle risikobehafteten Vermögenswerte weltweit) ist in der Praxis nicht beobachtbar. In der Anwendung werden typischerweise breite Aktienindizes (z. B. S&P 500, DAX) als Proxy verwendet, was zu Verzerrungen führen kann.

1.7 Bedeutung heute

Obwohl das CAPM häufig kritisiert wird, ist es ein zentraler Baustein der modernen Kapitalmarkttheorie und formt die Basis vieler weiterer Modelle. Als Weiterentwicklungen entstanden Multifaktorenmodelle wie das Fama-French-Dreifaktorenmodell, die zusätzliche Risikofaktoren berücksichtigen:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i^M \times \text{MRP} + \beta_i^{\text{SMB}} \times \text{SMB} + \beta_i^{\text{HML}} \times \text{HML} \tag{3}$$

wobei SMB (Small Minus Big) den Größeneffekt und HML (High Minus Low) den Value-Effekt erfasst.

2 Herleitung der Renditeforderung der Eigenkapitalgeber gemäß CAPM

$$\frac{E(r_i) - r_f}{\text{cov}(E(r_i); E(r_M))} = \frac{E(r_j) - r_f}{\text{cov}(E(r_j); E(r_M))} \tag{4}$$

$$\frac{E(r_i) - r_f}{\text{cov}(E(r_i); E(r_M))} = \frac{E(r_M) - r_f}{\text{cov}(E(r_M); E(r_M))} \tag{5}$$

$$\frac{E(r_i) - r_f}{\text{cov}(E(r_i); E(r_M))} = \frac{E(r_M) - r_f}{\text{var}(E(r_M))} \tag{6}$$

$$E(r_i) = r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \frac{\text{cov}(E(r_i); E(r_M))}{\text{var}(E(r_M))} \tag{7}$$

$$E(r_i) = r_f + \text{MRP} \cdot \frac{\text{cov}(E(r_i); E(r_M))}{\text{var}(E(r_M))} = r_f + \frac{(E(r_M) - r_f)}{\sigma(E(r_M))} \cdot \text{corr}(E(r_i) \tag{8}$$

$$E(r_M)) = r_f + \lambda \cdot \text{corr}(E(r_i); E(r_M)) \tag{9}$$

$$E(r_i) = r_f + \text{cov}(E(r_i); E(r_M)) \cdot \frac{\text{MRP}}{\text{var}(E(r_M))} \tag{10}$$

$$E(r_i) = r_f + \text{MRP} \cdot \beta_i \tag{11}$$

2.1 Herleitung der Renditeforderung der Eigenkapitalgeber nach Gleißner („Accounting-Beta“)

$$\frac{E(Z_i)}{1 + E(r_i)} = \frac{E(Z_i) - \lambda \cdot R(Z_i) \cdot d}{1 + r_f} \tag{12}$$

$$\frac{E(Z_i)}{1 + E(r_i)} = \frac{E(Z_i) - \frac{(E(r_M) - r_f)}{\sigma(E(r_M))} \cdot \sigma(E(Z_i)) \cdot d}{1 + r_f} \tag{13}$$

$$\frac{E(Z_i)}{1 + E(r_i)} = \frac{E(Z_i) - \frac{\text{MRP}}{\sigma(E(r_M))} \cdot \sigma(E(Z_i)) \cdot d}{1 + r_f} \tag{14}$$

$$\frac{E(Z_i)}{1 + E(r_i)} = \frac{E(Z_i) - \text{MRP} \cdot \frac{\sigma(E(Z_i))}{\sigma(E(r_M))} \cdot d}{1 + r_f} \tag{15}$$

$$\frac{1 + E(r_i)}{E(Z_i)} = \frac{1 + r_f}{E(Z_i) - \text{MRP} \cdot \frac{\sigma(E(Z_i))}{\sigma(E(r_M))} \cdot d} \tag{16}$$

$$1 + E(r_i) = \frac{(1 + r_f) \cdot E(Z_i)}{E(Z_i) - \text{MRP} \cdot \frac{\sigma(E(Z_i))}{\sigma(E(r_M))} \cdot d} \tag{17}$$

$$1 + E(r_i) = \frac{(1 + r_f) \cdot E(Z_i)}{E(Z_i) \left(1 - \text{MRP} \cdot \frac{\sigma(E(Z_i))}{\sigma(E(r_M)) \cdot E(Z_i)} \cdot d\right)} \tag{18}$$

$$1 + E(r_i) = \frac{1 + r_f}{1 - \frac{\text{MRP}}{\sigma(E(r_M))} \cdot \frac{\sigma(E(Z_i))}{E(Z_i)} \cdot d} \tag{19}$$

$$1 + E(r_i) = \frac{1 + r_f}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} \tag{20}$$

$$E(r_i) = \frac{1 + r_f}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} - 1 \tag{21}$$

$$E(r_i) = \frac{1 + r_f}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} - \frac{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} \tag{22}$$

$$E(r_i) = \frac{1 + r_f - (1 - \lambda \cdot V_i \cdot d)}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} \tag{23}$$

$$E(r_i) = \frac{r_f + \lambda \cdot V_i \cdot d}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} \tag{24}$$

$$E(r_i) = \frac{r_f}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} + \frac{\lambda \cdot V_i \cdot d}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d} \tag{25}$$

$$E(r_i) \approx r_f + \lambda \cdot V_i \cdot d \tag{26}$$

2.1.1 Vergleich mit CAPM

Zum Vergleich CAPM (siehe oben):

$$E(r_i) = r_f + \lambda \cdot \text{corr}(E(r_i); E(r_M)) \tag{27}$$

Das heißt, bei Gleißner wird die Korrelation der Aktienrendite mit der Marktrendite ersetzt durch den Variationskoeffizient der Gewinne mal dem Diversifikationsfaktor. Setzt man den Diversifikationsfaktor $d = 1$ (d. h. 100 %ige Diversifikation wie im CAPM angenommen), dann unterscheidet sich Gleißner vom CAPM nur dadurch, dass die Korrelation der Aktienrendite mit der Marktrendite (d. h. das Risiko der Aktienrendite im Vergleich zum Markt) durch das Verhältnis von Standardabweichung der Gewinne zu Erwartungswert der Gewinne (d. h. das Risiko der Gewinne) ersetzt wird.

2.1.2 Vorteile der Verwendung der Gewinne

- Direkte Auswirkung auf Insolvenz
- Ableitbarkeit aus Unternehmensplanung, d. h. zukunftsorientiert
- Nutzung von Insiderinformationen adressiert Marktunvollkommenheiten

2.2 Unternehmensbewertung (Flow-to-Equity)

2.2.1 Nach Gleißner ohne Insolvenzwahrscheinlichkeit

$$\text{EK}_i^{\text{MW}} = \frac{E(Z_i)}{E(r_i)} = \frac{E(\text{FTE}_i)}{\frac{r_f + \lambda \cdot V_i \cdot d}{1 - \lambda \cdot V_i \cdot d}} \tag{28}$$

2.2.2 Gemäß CAPM mit Insolvenzwahrscheinlichkeit

$$\mathrm{EK}_i^{\mathrm{MW}} = \frac{E(Z_i) \cdot (1-p)}{E(r_i) + p} = \frac{E(\mathrm{FTE}_i) \cdot (1-p)}{r_f + \mathrm{MRP} \cdot \beta_i + p} \tag{29}$$

2.2.3 Gemäß CAPM mit Insolvenzwahrscheinlichkeit und Wachstum

$$\mathrm{EK}_i^{\mathrm{MW}} = \frac{E(\mathrm{FTE}_i) \cdot (1-p)}{r_f + \mathrm{MRP} \cdot \beta_i + p - g} \tag{30}$$

2.3 Ermittlung Fremdkapitalkostensatz nach Gleißner mit Insolvenzwahrscheinlichkeit

$$r_i^{\mathrm{FK}} = p \cdot 0 + (1-p) \cdot (k_i^{\mathrm{FK}} + 1) - 1 = k_i^{\mathrm{FK}} - p \cdot (1 + k_i^{\mathrm{FK}}) \tag{31}$$

2.4 Ermittlung Insolvenzwahrscheinlichkeit

Die Insolvenzwahrscheinlichkeit kann über statistische Modelle oder Simulationsverfahren ermittelt werden, beispielsweise durch:

$$p = P\left(\text{Cashflow} < \text{Verbindlichkeiten}\right) \tag{32}$$