h_da
HOCHSCHULE DARMSTADT
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
fbmn
FACHBEREICH MATHEMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

Prof. Dr. Andreas Thümmel

Hochschule Darmstadt – University of Applied Sciences
Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften

Schöfferstr. 3
Geb. C10, Raum 9.31
D-64295 Darmstadt

Tel.: +49 (6151) 163-7951
Email: thuemmel@h-da.de
Web: http://www.thuemmel.eu

Vorbereitende Aufgaben zur Vorlesung QM - Hypothesentest: Grundlagen

10. Oktober 2025

Die hier gestellten Aufgaben dienen dem Verständnis von Hypothesentests. Sie sind nicht Booklet-relevant.

Lösen Sie die hier gestellten Aufgaben mit Minitab. Es empfiehlt sich zudem, zu den Aufgaben mit bereits vorgegebenen Parametern (Mittelweet, Standardabweichung) eine Überschlagsrechnung vorzunehmen.

Die Datenbeispiele stehen bereits in der Excel-Datei 'HypoBasic.xlsx' zur Verfügung.

Aufgabe 1: (z-Test: Varianz bekannt)
In einem Chemiewerk werden nahtlose Kunststoffrohre hergestellt. Die Innendurchmesser dieser Rohre seien realisationen einer normalverteilten Zufallsvariable. Die Varianz wird als BEKANNT angenommen (Bezeichung in der Praxis: historischer Wert), diese liege bei $\sigma = 0,13$ cm.

Um eine Angabe über den mittleren Durchmesser der Rohre zu erhalten, wurde aus der laufenden Produktion eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ entnommen. Gemessen wurde $\bar{x} = 6,63$ cm.

Bestimmen Sie für eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,95$ die Vetrauensgrenzen für den mittleren Durchmesser der in diesem Werk produzierten Kunststoffrohre.

Aufgabe 2: (Varianz unbekannt)

Bei der Abfüllung eines Mineralwassers in Literflaschen ist der Gehalt an Magnesium Schwankungen unterworfen. 15 Kontrollmessungen ergaben folgende Werte für den Magnesiumgehalt (in mg/l):

26,7	26,2	26,5	26,7	27,1	26,6	26,7	26,7	26,8	26,4	26,7	27,2	26,9	26,3	27,0

Es wird angenommen, dass die beobachteten Werte Realisationen einer normalverteilten Zufallsvariablen sind.

Geben Sie ein Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Magnesiumgehalt an für eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,9$.

Aufgabe 3: (Konfidenz für die Varianz)
Aus einer Stichprobe vom Umfang 20 wurde als Schätzwert für die Varianz $\tilde{\sigma}^2 = 5,2$ bestimmt. Die Grundgesamtheit sei normalverteilt.

Geben Sie für eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,99$ die Vertrauensgrenzen für die Varianz an.

Aufgabe 4: (Keine Normalverteilung gegeben; Stichprobengrösse und Konfidenzintervallbreite)
In einer Stichprobe vom Umfang $n = 100$ war das arithmetische Mittel $\bar{x} = 12$ und die korrigierte mittlere quadratische abweichung $s^2 = 6,25$.

Geben Sie für eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,95$ ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ an.

Wie gross müsste der Stichprobenumfang sein, damit das Konfidenzintervall halb so gross wäre ?

Aufgabe 5: (Diskrete Verteilung)
Bei einer Befragung von 40 wahlberechtigten Personen entschieden sich 8 für die Partei A. Innerhalb welcher Vertrauensgrenzen liegt der Anteil der Anhänger dieser Partei bei einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 0,95 ?

Aufgabe 6: (Test)
Der Koffeingehalt eines Arzneimittels in $g/100\ ml$ ist Schwankungen unterworfen. Bei der Untersuchung des Inhalts von 10 Packungen dieses Arzneimittels ergaben sich folgende Werte:

0,39	0,35	0,37	0,36	0,34	0,35	0,35	0,37	0,36	0,36

Aufgabe 7: (Test)
Bei der Herstellung von Stahlschrauben ergab sich für deren Länge in cm aus einer Stichprobe $n_v = 12$ vor der Umrüstung der Anlage $\bar{x} = 20$, $s_v^2 = 4$ und nach der Umrüstung mit $n_n = 14$: $\bar{x} = 22$, $s_n^2 = 9$ (die s^2 bezeichnen jeweils korrigierte mittlere quadratische Abweichungen in den Stichproben).

Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von $0,05$ die Hypothese, dass die mittlere Schraubenlänge sich durch die Umrüstung nicht geändert hat, unter der Annahme, dass die Verteilung der Schraubenlänge vor und nach der Umrüstung von gleicher Varianz und normal sei.

Aufgabe 8: (Test)
In einem Betrieb wurde ein arbeitsgang nach der Methode A durchgeführt. Man erwägt eine neue Methode B einzuführen.

Bei 10 zufällig ausgewählten Arbeitern ergab sich für die Methode A eine durchschnittliche Arbeitszeit $\bar{x}_A = 21$ Sekunden pro Werkstück. Die korrigierte mittlere quadratische abweichung in der Stichprobe war $s_A^2 = 2$.

Für die Methode B ergab sich bei 10 zufällig ausgewählten Arbeitern $\bar{x}_B = 23$ und $s_B^2 = 4/3$.

Testen Sie unter der Annahme, dass die die Arbeitszeit beschreibenden Zufallsvariablen X_A und X_B von gleicher Varianz und normalverteilt sind auf einem Signifikanzniveau von 0,05 die Hypothese, dass die Mittelwerte gleich sind.

Aufgabe 9: (Test)
Eine Brauerei behauptet, dass jede ihrer Spezialflaschen nach Abfüllung 0,7l Bockbier enthält. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 60$ ergab die Werte $\bar{x} = 0,68$ und $S^2 = 0,0064$. Die Behauptung der Brauerei ist auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$ zu testen.

Aufgabe 10: (χ^2-Test)
In der Datei HypoBasic.xlsx befindet sich die Statsitk der überlebenden bzw. verstorbenen des Titanic-Unglücks. Testen Sie mit Hilfe des χ^2-Tests, in wie weit bei dem Untergang die Prinzipien der christlichen Seefahrt und der Fairness galten.