

P 39 Definitions- und Wertebereich

Bestimme Definitions- und Wertebereich der Funktion:

$$a) f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 3}, \quad b) f(x) = \sqrt{|x| - 5}, \quad c) f(x) = \ln(x^2 - 9)$$

P 40 Funktionenschar

Gegeben sei die Funktionenschar $f(x) = ax^2 + 4$, $a \neq 0$.

- Begründen Sie in eigenen Worten warum alle Funktionen der Schar Parabeln mit dem selben Scheitel sind.
- Wo liegt der Scheitel?
- Bestimmen sie den Scharparameter a so, dass eine Parabel entsteht, die durch den Punkt $P(3 | -5)$ geht.
- In welchem Punkt schneidet die Parabel aus c) die Normalparabel ($f(x) = x^2$)?

P 41 Umkehrfunktion, Definitions- und Wertebereich

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von $f(x) = e^{1-2x}$.

Geben Sie Definitions- und Wertebereich der Umkehrfunktion an.

P 42 Gebrochen rationale Funktion

Gegeben sei die gebrochen rationale Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 3x + 10}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion.
- Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion.
- Zeigen Sie formell, dass die Funktion keine Symmetrieeigenschaften besitzt (durch Einsetzen von $-x$ in die Funktionsgleichung).

P 43 Symmetrie

Bestimmen Sie ohne formellen Nachweis die Symmetrieeigenschaften der folgenden Funktionen und begründen Sie mit eigenen Worten:

- $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{2})$
- $f(x) = \cot(x - \frac{\pi}{4})$ (Hinweis: $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$)
- $f(x) = \cos(3x) \cdot \sin(3x)$

P 44 Sinusfunktion Eine Sinusfunktion $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ hat an der Stelle $t = 0$ den Funktionswert $s(0) = \sqrt{2}$, einen Hochpunkt bei $t = \frac{\pi}{8}$ und einen Tiefpunkt bei $-\frac{3}{8}\pi$. Bestimme die Amplitude A , die Kreisfrequenz ω und die Phase φ der Sinusfunktion.

P 45 Exponentialgleichungen

Löse nach x auf:

$$(a) x^x = x, \quad (b) \log_x 2 = \log_2 x, \quad (c) a^{x-1} = b^{x+1}, \quad a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Hinweis: Nutzen Sie wie in Blatt 3 Zeichnungen, um die Lage möglicher Lösungen zu erkennen.

P 46 Grenzwerte

Bestimme die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{9x^2 - 4}{3x + 2}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow b} \frac{x^4 - b^4}{x - b}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin x}, \quad (e) \lim_{x \nearrow 1} \frac{x^2 + 2x + 5}{x - 1}$$

P 47 Stetigkeit

a) Für welche Werte $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion stetig?

$$f(x) = x \cdot |x|$$

b) Wie muss a gewählt werden, dass die Funktion überall stetig ist?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1, \\ a + x & x > 1 \end{cases}$$