Prof. Dr. Andreas Thümmel
 FH Darmstadt - FB MN

Nachklausur zur Vorlesung Mathematik I

23. März 2004

Bitte füllen Sie die Angaben im folgenden Kästchen aus und unterschreiben Sie.

Name	
Vorname	
Matrikelnummer	
Unterschrift	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
max. Punkte	18	14	19	14	13	15	7
err. Punkte							

Ergebnis: von 100 Punkten.

Unterschrift Dozent:

Erlaubte Hilfsmittel: Ihre Aufzeichnungen der Vorlesung, der Übungen sowie Sekundärliteratur.

Nicht erlaubt ist die Benutzung von Taschenrechnern. Handys, Palms und sonstige elektronische Geräte sind während der Klausur auszustellen.

Der Lösungsweg zur Lösung der Aufgaben, d.h. Ihre Rechenschritte, sind wesentliches Bewertungskriterium. Bitte stellen Sie diesen genügend ausführlich und nachvollziehbar dar.

Bearbeitungszeit: 90 min. Diese Klauausr besteht aus insg. drei Seiten mit sieben Aufgaben. Bitte prüfen Sie nach dem Austeilen den Erhalt aller Blätter.

Aufgabe 1: (18 Punkte)

Gegeben seien die Gerade G_1 und die Ebene E_1 durch:

$$G_1 : \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_1 : \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene.

Berechnen Sie den Schnittwinkel von Gerade und Ebene und geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf der Ebene steht.

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit einer Probe.

Aufgabe 2: (14 Punkte)

Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$, wobei:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Prüfen Sie Ihr Ergebnis mit einer Probe.

Aufgabe 3: (19 Punkte)

Vereinfachen Sie die im folgenden gegebene Funktion f durch Polynomdivision und Partialbruchzerlegung.

$$f(x) := \frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch.

Anm.: zur Bestimmung von Extremstellen und Wendepunkte darf die vereinfachte Darstellung der Funktion, die Sie nach der Polynomdivision errechnen, um einen Linearfaktor (mit einer Nullstelle des Nenners) 'gekürzt' werden.

Aufgabe 4: (14 Punkte)

Berechnen Sie den Wert der Reihe:

$$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 6n + 5}$$

Berechnen Sie zudem den Grenzwert :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\cos^2(\frac{1}{n}) + \sin^2(\frac{2}{n}) + 5}$$

sowie die möglichen Grenzwerte der Folge (a_n) , die wie folgt definiert ist:

$$a_{n+2} = \frac{2a_n}{a_{n+1}^3} - \frac{a_{n-1}}{a_n^2}$$

Aufgabe 5: (13 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\cos(x-1)+x} - e}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - 2 \cos(2x - 4)}{x^2 - 4}$$

Berechnen Sie zudem die Ableitung der folgenden Funktion durch implizite Ableitung:

$$\sin(x) = \cos(y)$$

Aufgabe 6: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylor-Reihe für die Funktion $f(x) = \cos^2(x - 1)$ an der Stelle $x_0 = 1$.

Aufgabe 7: (7 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

$$(4 - 6i) \cdot (2 - 3i), \quad \frac{(-4 + 11i)}{(3 + 2i)}, \quad \frac{(1 + 3i) \cdot (1 + 4i)}{-3 - 9i}$$