Prof. Dr. Andreas Thümmel
FH Darmstadt - FB MN

Klausur zur Vorlesung Mathematik I für WIng

09. Februar 2005

Bitte füllen Sie die Angaben im folgenden Kästchen aus und unterschreiben Sie.

Name	....
Vorname	....
Matrikelnummer	....
Unterschrift	....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
max. Punkte	15	15	13	12	15	10	12	8
err. Punkte								

Ergebnis: .... von 100 Punkten.

Unterschrift Dozent: ....

Erlaubte Hilfsmittel: Ihre Aufzeichnungen der Vorlesung, der Übungen sowie Sekundärliteratur.

Nicht erlaubt ist die Benutzung von Taschenrechnern. Handys, Palms und sonstige elektronische Geräte sind während der Klausur auszustellen.

Der Lösungsweg zur Lösung der Aufgaben, d.h. Ihre Rechenschritte, sind wesentliches Bewertungskriterium. Bitte stellen Sie diesen genügend ausführlich und nachvollziehbar dar.

Bearbeitungszeit: 90 min. Diese Klausur besteht aus insg. drei Seiten mit acht Aufgaben. Bitte prüfen Sie nach dem Austeilen den Erhalt aller Blätter.

Aufgabe 1: (17 Punkte)

Gegeben sei die folgende Matrix A

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Determinante von A und geben Sie die inverse Matrix A^{-1} an.

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit einer Probe.

Aufgabe 2:

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$, wobei:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 4 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & 4 & -6 & 4 \\ 4 & -6 & -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Führen Sie für Ihrer Berechnungen eine Probe durch.

Aufgabe 3: (19 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \qquad \text{wobei} \qquad P(x) = x^3 - 6x^2 + 18, \quad Q(x) = x^2 - 9$$

Berechnen Sie die Funktionswerte von $f(x)$ an den Stellen $x = 1$ und $x = -1$ mit Hilfe von Horner-Schemen (d.h. je ein Horner-Schema für den Nenner und den Zähler).

Vereinfachen Sie die Funktion $f(x)$ durch Polynomdivision und Partialbruchzerlegung.

(Vorsicht: geringfügig krumme Zahlen ... !)

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Berechnen Sie den Wert der Reihen:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n}{(n+1)(n+2)^2}$$

$$\sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{3}{11}\right)^n$$

Aufgabe 5: (10 Punkte)

Führen Sie eine volständige Kurvendiskussion durch fur die Funktion:

$$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{2x - 8}$$

Aufgabe 6: (10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos^3(3x)}{x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin(x) + 1)}{e^x - 1}$$

Aufgabe 7: (13 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylor-Reihe (d.h. die ersten 6 Summanden der Reihe) für die Funktion $f(x) = \ln\left(x^2 - 3\right)$ an der Stelle $x_0 = 2$.

Aufgabe 8: (8 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden komplexen Zahlen:

$$(5 + 7i) \cdot (3 - 12i), \quad \frac{(2 - 9i)}{(5 - 7i)}, \quad \frac{(-2 - 3i) \cdot (1 + 11i)}{-3 + 12i}$$