



## Übungsaufgabenblatt No. 9 zur Vorlesung Mathematik I für WIng

26. Januar 2024

Auf diesem Aufgabenblatt sind Präsenz- und Hausaufgaben gegeben. Die Präsenzaufgaben werden vom Übungsleiter vorgerechnet, die Hausaufgaben sind abzugeben (auf Papier: jeweils unmittelbar vor den Übungen oder nach Absprache, oder elektronisch möglichst als PDF-Dokument).

**Abgabe der H-Aufgaben dieses Aufgabenblattes: 05. bzw. 06.02.2023**

### Präsenzaufgaben:

P1: Regel von l'Hospital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x(4 + x^2)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(2x+1)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{\arctan(x)}$$

P2: Extrema, Wendepunkte, Konkavität/Konvexität

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Extremstellen und deren Charakter, Wendepunkte und die Bereiche der Konkavität bzw. Konvexität:

$$f_1(x) = \frac{x^3}{3} - x^2, \quad f_2(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 3}, \quad f_3(x) = x - 2\sqrt{x^2 + 1}$$

P3: Taylor-Reihe

Berechnen Sie die Taylor-Reihen folgender Funktionen bis zur Ordnung 5 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$$f_1(x) = \frac{x}{1-x}, \quad f_2(x) = xe^x, \quad f_3(x) = a^x, \quad a > 0$$

P4: Stammfunktionen:

Geben Sie die Stammfunktion (also das unbestimmte Integral) der folgenden Funktionen an:

$$f_1(x) = 4x^2 + x + 6, \quad f_2(x) = \frac{3}{2x^2}, \quad f_3(x) = (e^x - 1)^2$$

## Hausaufgaben:

H1: Regel von l'Hospital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)^2 - 1}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(2+x^2)}{x^2(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\ln(2x^2 + 1)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x - \tan(x)}$$

H2: Extrema, Wendepunkte, Konkavität/Konvexität

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Extremstellen und deren Charakter, Wendepunkte und die Bereiche der Konkavität bzw. Konvexität:

$$f_1(x) = \frac{x^3}{3} - 5x^2 + 3x + 1, \quad f_2(x) = \frac{x+1}{x^2+2}, \quad f_3(x) = \sin^3(x) + \cos^3(x)$$

### H3: Taylor-Reihe

Berechnen Sie die Taylor-Reihen folgender Funktionen bis zur Ordnung 5 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$$f_1(x) = \frac{x^2}{1-x}, \quad f_2(x) = x^2 e^x, \quad f_3(x) = \cos(\ln(x+1))$$

### H4: Stammfunktionen:

Geben Sie die Stammfunktion (also das unbestimmte Integral) der folgenden Funktionen an:

$$f_1(x) = 5e^{3x-1} + \cos(4x-1), \quad f_2(x) = x \ln(x), \quad f_3(x) = \arccos(2x)$$